

# Формування акустичного поля у хвилеводі сферичним джерелом звуку

Чайка О. С., ORCID [0000-0002-2501-595X](https://orcid.org/0000-0002-2501-595X)

Козак А. В., ORCID [0000-0002-4756-7931](https://orcid.org/0000-0002-4756-7931)

Кафедра акустичних та мультимедійних електронних систем [ames.kpi.ua](http://ames.kpi.ua)

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» [kpi.ua](http://kpi.ua)

Київ, Україна

**Анотація**—У даній роботі приведено постановку та часткове вирішення проблеми формування повного акустичного поля у хвилеводі з симетричними м'якими границями. Наведені вихідні та розрахункові співвідношення для прямого та відбитого поля акустичного тиску у хвилеводі з симетричними м'якими границями. Описані основні етапи отримання вказаних співвідношень, а також підхід та метод аналізу поля у хвилеводі для випадку, коли джерело звуку є не точковим, а сферичним.

У роботі розглянуто симетричну задачу в межах першого квадранту.

Для аналізу відбитого поля пряме сферичне було представлено набором плоских нормальних хвиль. Співвідношення для відбитого поля були отримані завдяки розкладу сферичної хвилі на плоскі. Для опису апроксимованого відбитого поля уздовж вісі OZ було знайдено коефіцієнт відбиття. Отриманий коефіцієнт можна використовувати в подальших дослідженнях, зокрема, для розширення обчислень поля відбиття на весь перший квадрант, оскільки задача є симетричною. Це можна зробити за допомогою так званого методу уявного джерела.

Розрахунки в статті проводилися для різних глибин хвилеводу та робочих частот. У моделі хвилевод заповнено водою, а обмежено повітрям, тому границі хвилеводу акустично м'які.

Наведені у роботі співвідношення можуть бути використані в подальших дослідженнях. Оскільки задача є симетричною, то для розширення обчислень відбитого поля на всі чотири квадранти за допомогою так званого методу уявного джерела.

Для розрахунку відбитого поля у довільній точці першого квадранту приведені співвідношення, що залучають напрацювання щодо створених на межі хвилеводу зон Френеля.

Результати є базовими і можуть бути застосовані для формулювання та розв'язку задач озвучування мілких морів в рамках пружних та гідроелектропружних постановок.

**Ключові слова** — тиск; пульсуюча сфера; мілке море; хвилевод; коефіцієнт відбиття; сферична хвиля; апроксимація; зони Френеля.

## I. Вступ

Сучасний стан розвитку акустики рідини вимагає поглибленого вивчення процесів формування акустичних полів та доповнення теоретичних положень щодо розпізнавання образів в задачах підводного зв'язку та телеметрії. До вказаних напрямків слід також віднести деталізацію задач виявлення занурених об'єктів автономного типу, а це показує те, що запропонована тематика залучає як питання акустики, так і теорії сигналів.

Попередні дослідження були засновані на зведенні джерела звуку до точкового, коли ж за реальних умов точковим його вважати не можна. Тому слід розширити результати для сферичного джерела. Проте це призводить до потреби описати поле у хвилеводі з урахуванням впливу відбитого від поверхонь звуку. Таких відомостей наразі дуже мало, тому новизна роботи не викликає сумнівів.

Оскільки потрібно врахувати вплив відбитого від границь хвилеводу поля, то необхідно його розрахувати. Слід зауважити, що ця задача до кінця не

розв'язана досі. Одним із розв'язків є розклад сферичного на плоскі хвилі та подальший їхній аналіз. У загальному випадку задачу частково розв'язали, проте ці вирази не є розрахунковими та не придатні для поглибленого аналізу [1].

Робота Гуннара Таральдсена у 2005 році узагальнила та доповнила всі попередні здобутки про відбиття сферичної хвилі від плоскої поверхні. Крім електромагнітних хвиль (Коллін, 2004), проблема також актуальна для звукових хвиль у відкритому просторі (Аттенборо, 1988, та Емблтон, 1996; Рудник, 1957). Суттєві результати отримали Бреховських (1999), Саломон (2001), а також Баннос (1966), Баес (1996), Міхель (2002). Також слід згадати внески Рудника (1947) та Інгарда (1951), оскільки вони стали класичними. Чента Сорока (1975 і 1980) представили приблизне рішення. Важливість та актуальність теми видно з кількості літератури на цю тему [2-15].

Відбиття сферичної хвилі від плоскої поверхні досліджують досі, уточнюючи, корегуючи та доповнюючи попередні здобутки. Складність задачі розкриває нові області для дослідження, а саме пошук



коефіцієнтів відбиття сферичної хвилі від плоских поверхонь, при чому різні граничні умови поверхонь відбиття та режимів роботи джерела звуку вимагають певних підходів, які можуть давати різні результати. Таким чином, задача багатогранна та об'ємна. У роботі Касаткіна (2011) досліджують випадок саме імпедансної границі та нехтують формою та режимом роботи джерела звуку. А в роботі Чінгана Лі (2017) досліджували тільки ближнє поле випромінювача, так само нехтуючи формою та режимом роботи джерела звуку. До того ж приведені результати є загальними та малоприматними для розрахунків [16-17].

Мета цього дослідження: вдосконалення існуючих методів і методик, оскільки наявне – не задовольняє реальним ситуаціям роботи сферичних перетворювачів певних розмірів при певному розташуванні. Також варто установити первинні вихідні та розрахункові співвідношення для повного акустичного поля тиску у хвилеводі з м'якими границями.

Ключовими задачами дослідження загалом є пошук повного поля у хвилеводі, коли джерело є сферичним, та впливу відбитого поля на режим роботи цього джерела. Зокрема для даної роботи ключовими задачами дослідження є пошук основних та розрахункових співвідношень, щоб описати відбите поле у хвилеводі, яке має впливати на режим роботи джерела, а також встановлення підходів та методів для описання відбитого поля у хвилеводі.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай задано плоско паралельний хвилевод шириною  $H$ , який моделюватиме мілке море, закутично м'якими границями. Ведемо системи прямокутних і сферичних координат (Рис. 1). На вісі хвилеводу рівновіддалено від границь (дно, поверхня) розміщено перетворювач у вигляді сфери радіусом  $a$ . Перетворювач має фіксовані хвильові розміри, які не дають можливості вважати його монополю. Такий випромінювач утворює в середовищі сферичну хвилю нульового порядку.

Таким чином всі припущення і спрощення, які використовувалися в роботах [2-15] відносно малості джерела, втрачають сенс, а формування поля в хвилеводі має розглядатися з врахуванням розсіяння вторинних звукових хвиль (перевідбитих від плоских поверхонь розділу

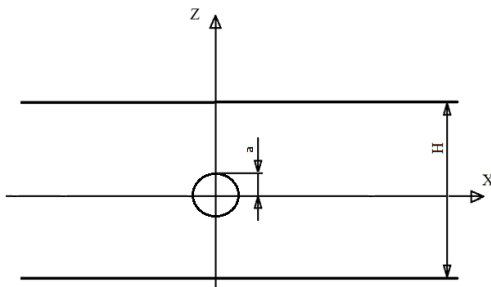


Рис.1 Положення джерела у хвилеводі

Акустичне поле в хвилеводі визначається рівнянням Гельмгольца, записаному для сферичних координат із залученням граничних умов на вказаних плоских поверхнях.

Результуюче поле розраховується з врахуванням наявності перешкод у вигляді плоских та сферичних поверхонь і сферичних хвиль, що відбиті плоскими границями. Отже, необхідним є приведення у відповідність типів хвиль – відповідним поверхням.

До того ж, через малість хвильового розміру джерела, обраних глибини, місця розташування розглядаємо лише однорідні хвилі. [16]

Звукове поле, створене сферою, описується класичними співвідношеннями, а саме:

$$p_0 = \frac{1}{r} e^{i\omega t}, \quad (1)$$

де  $\omega$  – колова частота,  $r$  – відстань від початку координат до точки спостереження з координатами  $(x, y, z)$  у прямокутній системі координат (ПСК), вона ж відстань  $r$  у сферичній системі координат (ССК).

Випромінена хвиля досягає поверхонь хвилеводу й відбивається назад. Ця хвиля очевидно потрапить назад на сферу і може вплинути на режим її роботи. Густина середовища хвилеводу і поверхні відбиття відповідно  $\rho_1$  та  $\rho_2$ , а швидкості звуку відповідно  $c_1$  та  $c_2$ .

Необхідно знайти відбите від поверхні хвилеводу поле тиску, яке утворене описаним вище джерелом для вказаних граничних умов.

## III. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Розкладемо сферичну хвилю (1) у набір плоских, згідно з класичним підходом:

$$p_0 = ik \int_0^{\pi/2} J_0(k\rho \sin \theta) \cdot e^{ikz \cos \theta} \cdot \cos \theta d\theta, \quad (2)$$

де  $i$  – комплексна одиниця,  $k$  – хвильове число для нескінченного простору,  $J_0(x)$  – функція Бесселя нульового роду нульового порядку,  $\rho$  – відстань від початку координат до точки спостереження з координатами  $(x, y, \theta)$ ,  $\theta$  – зенітний кут у СФК,  $z$  – положення точки спостереження у ПСК. Для розкладу будемо використовувати виключно однорідні хвилі [1, 18].

Оскільки джерело пульсує, то утворена хвиля однакова у всіх напрямках. Така хвиля є симетричною відносно початку координат, тому розглянемо саме площину XOZ і лише перший квадрант, як показано на Рис.1.

Відбите поле буде мати такий же фронт і може бути описане відповідно до виразу (2), а саме

$$p_1 = ik \int_0^{\pi/2} R_p J_0(k\rho \sin \theta) e^{-ik(z-2z_0) \cos \theta} \cos \theta d\theta, \quad (3)$$

де  $R_p$  – деякий коефіцієнт відбиття за тиском, що залежить від кута  $\theta$ ,  $z_0$  – положення границі розподілу середовищ.

Оскільки вираз (2) приведений для розташування джерела звуку в початку координат, то для описання відбитого поля слід модифікувати вираз. Це здійснюється шляхом уведення додаткової системи координат, як відрізняється від поточної лише положенням уздовж вісі OZ, а саме є її паралельним перенесенням на відстань  $z_0$ . Оскільки відбита хвиля рухається у протилежному напрямку, то у степені експоненти присутній мінус. Через те, що нова система координат зміщена, слід замінити  $z$  на  $(z-z_0)$ . До межі розподілу середовищ пряма хвиля пройде певний шлях, а так її амплітуда згасне в кошт розходження фронту. Тому на границі її амплітуда, очевидно, буде менша, ніж біля початку координат. Через це початок координат потрібно буде змістити ще на відстань  $z_0$ , щоб врахувати для відбитої хвилі згасання амплітуди внаслідок розходження фронту. І тому слід замінити  $z$  саме на  $(z-2z_0)$ .

Для проведення розрахунків слід установити коефіцієнт відбиття  $R_p(\theta)$ .

Розглянемо напрямок уздовж вісі OZ (Рис. 2). Кут  $\theta$ , що є змінною інтегрування, водночас визначає напрямок кута у ССФ для плоскої хвилі, яка падає у точку спостереження. Таким чином сферичне поле з певним наближенням може бути подано як результат складання нескінченної кількості плоских хвиль, що надходять у точку спостереження з певного напрямку  $\theta$  від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  (визначаються межами інтегрування) і з певним ваговим коефіцієнтом.

На межі розподілу середовищ ці плоскі хвилі мають відбитися зі своїми коефіцієнтами відбиття  $R_p(\theta)$ . Коефіцієнт відбиття за тиском для звичайного падіння плоскої хвилі на межу розподілу середовищ має вигляд

$$R_p(\theta) = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta - \rho_1 c_1 \sqrt{1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \sin^2 \theta}}{\rho_2 c_2 \cos \theta + \rho_1 c_1 \sqrt{1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \sin^2 \theta}}, \quad (4)$$

де  $\theta$  – кут падіння хвилі. Бачимо, що кути падіння плоскої хвилі на межу розподілу середовищ у виразі (4) та кути падіння плоских хвиль у точку спостереження для даного випадку збігаються, а тому співвідношення (4) може описати коефіцієнт відбиття для виразу (3). Вираз (4) можна застосувати і для описання відбитого поля вздовж осі OZ.

Для розрахунків було взято такі розрахункові значення: глибина хвильоводу  $H=200$  м, частота роботи сфери  $f=\{100; 250\}$ Гц, радіус сфери  $a=1$  м. Розрахунки були проведені в середовищі MATLAB.

На Рис. 3 та Рис. 4 зеленим пунктиром показано пряме поле, обчислене за допомогою виразу (1). Синім показана апроксимація прямого поля за допо-

могою виразу (2). Червоним кольором показано апроксимацію відбитого поля за допомогою розрахункового виразу (4).

Оскільки для використано лише нормальні хвилі, то апроксимація відтворює сферичне поле з певним наближенням. Для великих значення  $kr$  відхилення стають менш суттєвими, а тому точність апроксимації ростиме.

Бачимо, що на межі розподілу середовищ значення прямого та відбитого поля збігаються, і це задовольняє граничні умови.

Вирази (2-4) можна вважати розрахунковими та використовувати в подальших дослідженнях, зокрема розширити розрахунки відбитого поля на весь I квадрант, оскільки задача симетрична. Це можна здійснити за допомогою так званого методу уявного джерела.

У разі, коли потрібно розрахувати відбите поле для довільної точки у першому квадранті слід врахувати створені на поверхні відбиття зони Френеля:

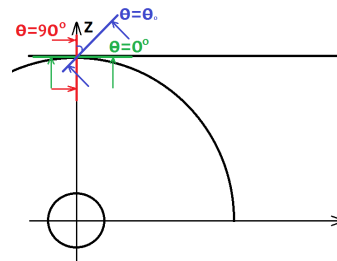


Рис. 2 Розклад сферичної хвилі на плоскі на межі розподілу середовищ

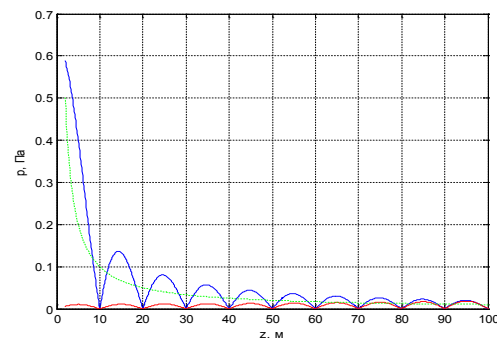


Рис. 3 Поле тиску у хвильоводі вздовж напрямку OZ для частоти  $f=100$  Гц

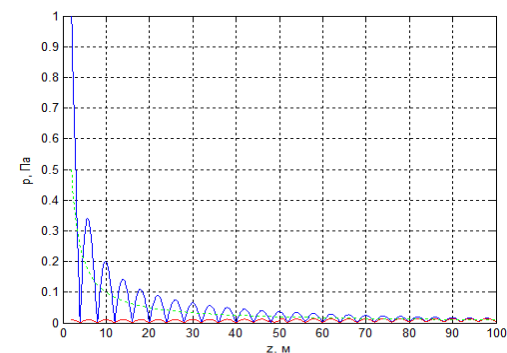


Рис. 4 Поле тиску у хвильоводі вздовж осі OZ для частоти  $f=250$  Гц

$$d_n = \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{H}{2}\right)^2}, \quad (5)$$

де  $n$  – номер зони Френеля,  $R_n$  – відстань від початку координат до границі  $n$ -ої зони Френеля, яка розраховується з урахуванням фазового набігу, що визначається довжиною хвилі  $\lambda$ :

$$R_n = \frac{H}{2} + n \frac{\lambda}{4}. \quad (6)$$

Зенітний кут  $\theta_n$  для положення зони Френеля у сферичній системі координат визначаємо таким чином:

$$\theta_n = \arccos\left(\frac{H/2}{R_n}\right). \quad (7)$$

Відбите поле буде апроксимоване рядом з використанням нормальних хвиль:

$$p_1(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n J_0(kz) (2n+1) i^n \cos(\theta_n') \cos(\theta), \quad (8)$$

де  $B_n$  – коефіцієнт, який обчислюється з використанням виразу (3) таким чином

$$B_n = ik \int_{\theta_{n-1}}^{\theta_n} R_p J_0(k\rho \sin \theta) e^{ik2z_0 \cos \theta} \cos \theta d\theta, \quad (9)$$

де  $R_p$  – шукаємо з використанням формули (4)  $\theta = \theta_n'$ , а  $\theta_n'$  знаходимо таким чином:

$$\theta_n' = \theta_n - \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{2}. \quad (10)$$

У випадку при  $n=0$  –  $\theta_0=0$ . Ряд (8) є збіжним, обрахунки можна проводити, доки  $B_n$  не стане на порядок меншим за  $B_1$ .

#### ВИСНОВКИ

В даній роботі була наведена постановка та розв'язок задачі формування відбитого від акустично м'яких поверхонь (якими подано границі хвилеводу. При цьому наведено:

- розрахункові співвідношення для апроксимації прямого поля у певному наближенні (з урахуванням лише однорідних хвиль);
- розрахункові співвідношення для апроксимації відбитого поля уздовж напрямку OZ;
- загальні вирази для пошуку відбитого поля у першому квадранті з урахуванням зон Френеля.

Результати є базовими і можуть бути застосовані для формулювання та розв'язку задач озвучування

мілких морів в рамках пружних та гідроелектропружних постановок.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] L. Brehovskikh, *Volny v sloistykh sredah [Waves in layered media]*, Moscow: Nauka, 1973.
- [2] K. Attenborough, «Review of ground effects on outdoor sound propagation from continuous broadband sources,» *Applied Acoustics*, № 24, pp. 229-319, 1988, DOI: [10.1016/0003-682X\(88\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0003-682X(88)90086-2).
- [3] G. Taraldsen, «A note on reflection of spherical waves,» № 117, pp. 3389-3392, June 2005, DOI: [10.1121/1.1904303](https://doi.org/10.1121/1.1904303).
- [4] R. Collin, «Hertzian dipole radiating over a lossy earth or sea: Some early and late 20th-century controversies,» *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, № 46, pp. 64-79, 2004, DOI: [10.1109/MAP.2004.1305535](https://doi.org/10.1109/MAP.2004.1305535).
- [5] T. F. W. Embleton, «Tutorial on sound propagation outdoors,» *Journal of the Acoustical Society of America*, т. 100, pp. 31-48, 1996, DOI: [10.1121/1.415879](https://doi.org/10.1121/1.415879).
- [6] L. M. Brekhovskikh, *Acoustics of Layered Media I-II*, 2 ed., Berlin: Springer, 1999.
- [7] E. M. Salomons, *Computational Atmospheric Acoustics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [8] A. Banos, *Dipole radiation in the presence of a conducting half-space*, Oxford: Pergamon Press, 1966.
- [9] D. A. Bies, *Engineering Noise Control*, 2 ed., C. H. Hansen, Ed., CRC Press, 1996.
- [10] I. Rudnick, «Propagation of sound in the open air,» в *Handbook of Noise Control*, C. M. Harris, Ed., 1957.
- [11] F. P. Mechel, *Formulas of Acoustics*, Berlin: Springer, 2002.
- [12] I. Rudnick, «The propagation of an acoustic wave along a boundary,» *Journal of the Acoustical Society of America*, № 19, p. 348-356, 1947, DOI: [10.1121/1.1916490](https://doi.org/10.1121/1.1916490).
- [13] U. Ingard, «On the reflection of a spherical sound wave from an infinite plane,» *Journal of the Acoustical Society of America*, № 23, p. 329-335, 1951, DOI: [10.1121/1.1906767](https://doi.org/10.1121/1.1906767).
- [14] C. F. Chien and W. W. Soroka, "Sound-propagation along an impedance," *J. Sound Vib.*, no. 43, pp. 9-20, 1975, DOI: [0022-460X\(75\)90200-X](https://doi.org/10.1022-460X(75)90200-X).
- [15] C. F. Chien and W. W. Soroka, "A note on the calculation of sound propagation along an impedance surface," *J. Sound Vib.*, no. 69, pp. 340-343, 1980, DOI: [10.1016/0022-460X\(80\)90618-5](https://doi.org/10.1016/0022-460X(80)90618-5).
- [16] B. Kassatkin, "Otrazhenie sfericheskoy volny na impedansnoy granitse razdela dvuh sred [Reflection of a spherical wave at the impedance interface of two media]," Scientific edition of Bauman MSTU. SCIENCE & EDUCATION. Bauman Moscow State Technical University. Issue: #12 2011, URL: <http://tech-nomag.edu.ru/doc/168640.html>.
- [17] J. W. Li, T. Y. S., C. Dong and G. Tang, "A novel expression of the spherical-wave reflection coefficient at a plane interface," *Geophysical Journal International*, no. 211, pp. 700-717, 2017, DOI: [10.1093/gji/ggx308](https://doi.org/10.1093/gji/ggx308).
- [18] E. Shenderov, *Volnovyiezadachidiroakustiki [Wave tasks of hydroacoustics]*, Leningrad, USSR: Sudostroenie, 1972.

# Formation of an Acoustic Field in a Waveguide by a Spherical Sound Source

O. S. Chaika, ORCID [0000-0002-2501-595X](https://orcid.org/0000-0002-2501-595X)

A. V. Kozak, ORCID [0000-0002-4756-7931](https://orcid.org/0000-0002-4756-7931)

Department of Acoustics and Acoustoelectronics [ames.kpi.ua](http://ames.kpi.ua)

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute" [kpi.ua](http://kpi.ua)  
Kyiv, Ukraine

**Abstract**—This paper presents the initial output and calculated ratios for a full acoustic pressure field in a waveguide with soft boundaries. In addition, the paper describes the basic steps for obtaining the data of the initial and calculated ratios, as well as approaches and methods for analyzing the field in the waveguide for the case where the sound source is not point, but spherical. Based on the obtained relationships, a computer model was developed and analyzed and further studies were developed.

This work contains the formulation and partial solution of the problem of forming a complete acoustic field in a waveguide with soft boundaries. Estimates were given to approximate the direct field in a certain approximation. The calculated ratios for the approximation of the reflected field along the OZ direction are also given. The above relations can be used in further studies, in particular to extend the reflection field calculations to the entire first quadrant, since the problem is symmetric. This can be done using the so-called imaginary source method.

To analyze the reflected field, a direct spherical field was represented by a set of plane normal waves. Since only normal waves are used for approximation, the approximated field describes a spherical one with a certain approximation. The expression to describe the reflected field was obtained from the classical expression for the approximation of a spherical wave by a set of planes. A reflection coefficient was found to describe the approximated reflected field. It can be considered a design in this case. It is useful for describing the reflected field along the OZ axis. The obtained coefficient can be used in further studies, in particular, to extend the reflection field calculations to the entire first quadrant, since the problem is symmetric. This can be done using the so-called imaginary source method.

A mathematical computer model was developed in MATLAB to analyze the results. The calculations were performed for different waveguide depths and operating frequencies. In the model, the waveguide fills the water and the air serves as the boundary, so the boundaries of the waveguide are acoustically soft.

The paper deals with a flat problem within the first quadrant.

In general, this paper presents the formulation and solution of the problem of forming acoustically soft surfaces. In this case, the calculated ratios for the approximation of the direct field in a given approximation (taking into account only homogeneous waves) are given. And also the calculated ratios for the approximation of the reflected field along the OZ direction.

The results are basic and can be applied to formulate and solve the problems of sounding shallow seas in the framework of elastic and hydroelectric productions.

The paper also provides general expressions for the search of a reflected field based on Fresnel zones.

**Keywords** — pressure; pulsating sphere; shallow sea; waveguide; reflection coefficient; spherical wave; approximation; Fresnel zones.